Medienberatung NRW

Back to the Roots

Hans-Jürgen Elschenbroich

Heron

√

Pythagoras

Landschaftsverband Rheinland LVR Qualität für Menschen

Landschaftsverband Westfalen-Lippe www.lwl.org

Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen

NRW.

Die Medienberatung NRW ist ein Angebot des Medienzentrums Rheinland und des Westfälischen Landesmedienzentrums.

Hans-Jürgen Elschenbroich elschenbroich@medienberatung.nrw.de

„Willst du mehr wissen,
so suche morgen aus der
Kiste, die auf unserem
Boden steht, ein Buch;
einer der Euklid hieß,
hats geschrieben,
das wird's dir sagen!"

Th. Storm: Der Schimmelreiter

Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Intention

Vom Wurzelziehen als Black Box-Verfahren zu den Wurzeln des Umgangs mit Wurzeln kommen.

- Kulturgeschichtliche Aspekte,
- Aufbau von Grundverständnis,
- Vernetzung von Algebra/ Funktionen & Geometrie
- Renaissance klassischer geometrischer Ideen durch moderne Werkzeuge wie DGS, Dynamische Visualisierung.

Hans-Jürgen Elschenbroich elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Quadrieren und Radizieren heute (1)

„Wird eine Zahl mit sich selbst multipliziert,
so nennt man das **Quadrieren**.“

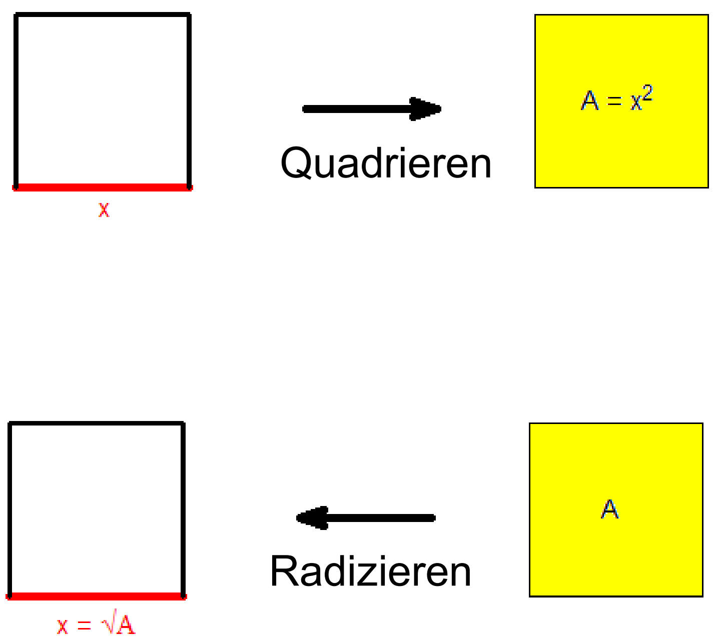
„Beim **Wurzelziehen** (oder Radizieren) ist eine nicht-negative Zahl gesucht, die beim Quadrieren die Ausgangszahl ergibt.“

Lambacher-Schweizer 9

Keine geometrische Grundvorstellung.

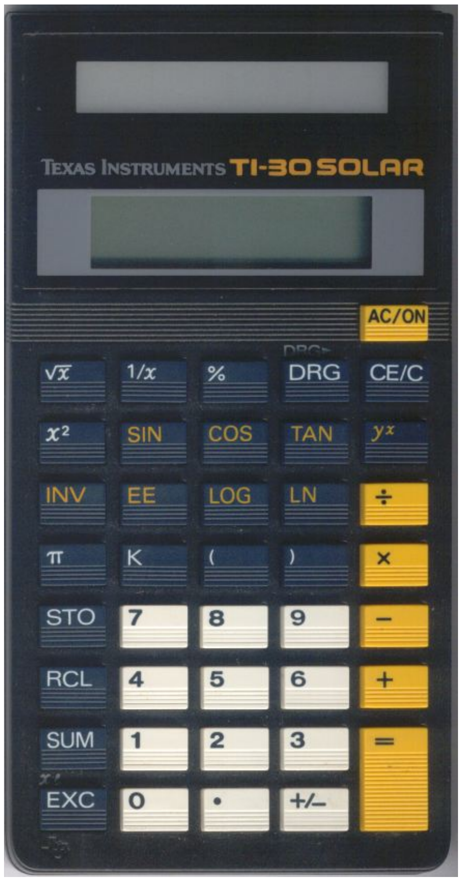
Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

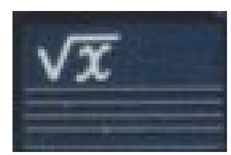
Veranschaulichung



Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Quadrieren und Radizieren heute (2)





Wie wird das berechnet?

Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Heron-Verfahren heute

*Iterations*verfahren:

$$x_{n+1} = \frac{x_n + {}^{A}\!/\!_{x_n}}{2}$$

Folge von Zahlen x_n.

Moderne *algorithmische* Sicht!

Hans-Jürgen Elschenbroich elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Heron-Verfahren historisch?

Geometrische Deutung eines Produkts a·b als Flächeninhalt eines Rechtecks.

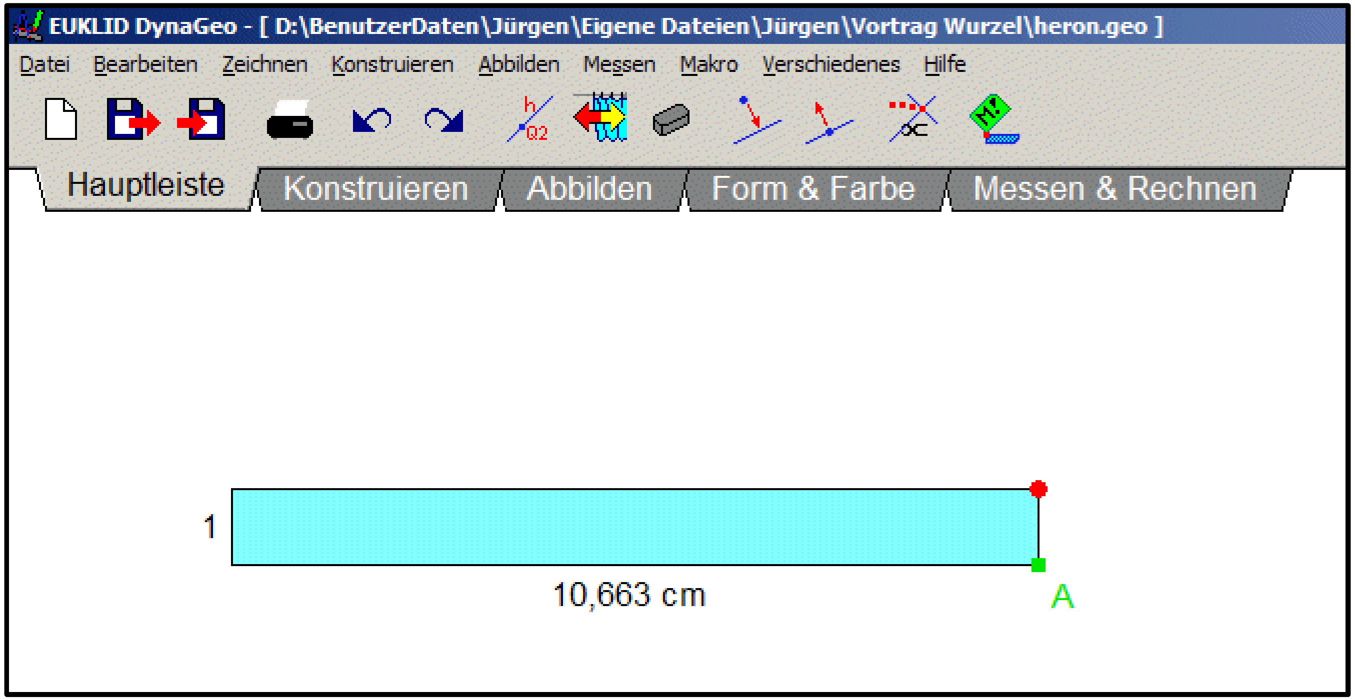
Geometrische Idee des Heron-Verfahrens:
Ein Rechteck unter Beibehaltung des Flächeninhalts immer ‚quadratischer' machen. Folge von Rechtecken.

Die Seitenlänge des ‚Grenzquadrats' ist dann die Wurzel aus dem Flächeninhalt.

Wie sieht ein kanonisches Startrechteck für die Berechnung von $\sqrt{A}$ aus?

Hans-Jürgen Elschenbroich elschenbroich@medienberatung.nrw.de

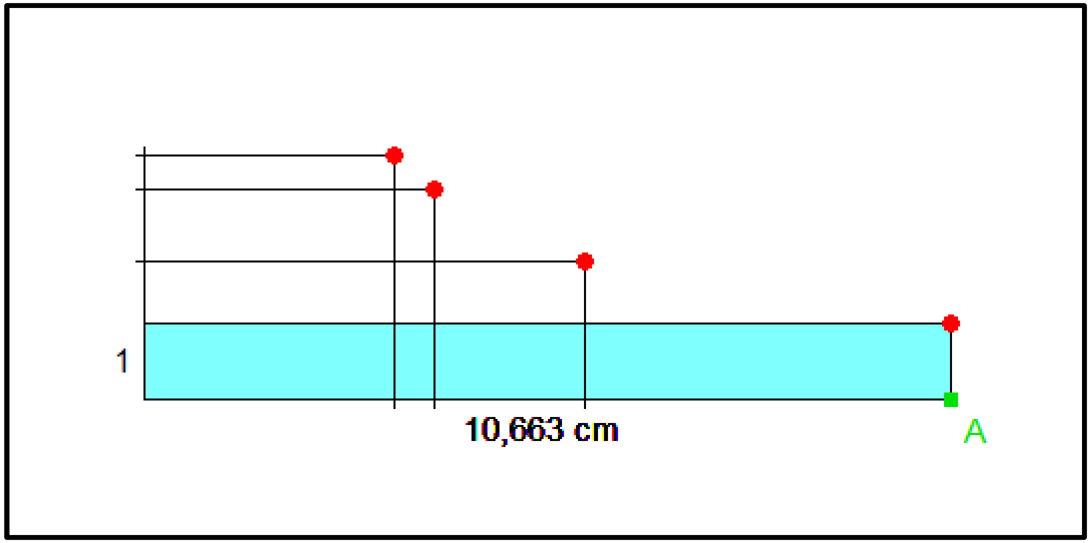
Heron-Verfahren visuell-dynamisch



Makro zur Erzeugung flächengleicher Rechtecke.

Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Funktionale Fragestellung

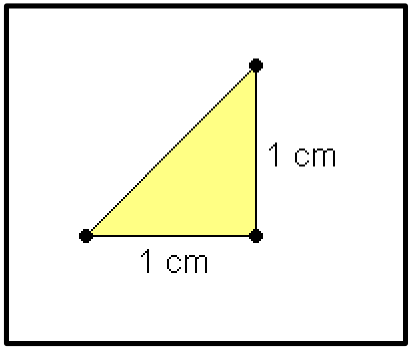


Auf welcher Linie liegen die ‘roten‘ Eckpunkte ?

Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Pythagoras und Wurzeln

Gleichschenklig rechtw. Dreieck mit Katheten 1:



Hypotenuse = $\sqrt{2}$.

Fortführung: Konstruktion von $\sqrt{n}$, $n \geq 2$.

Hans-Jürgen Elschenbroich elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Wurzelziehen historisch (1)

Allgemeinerer Ansatz zum Wurzelziehen, auch für nicht-ganzzahlige Zahlen?

Historische Sicht geometrisch (1):
„Zu zwei gegebenen Strecken die Mittlere Proportionale zu finden."

Euklid, Sechstes Buch, § 13

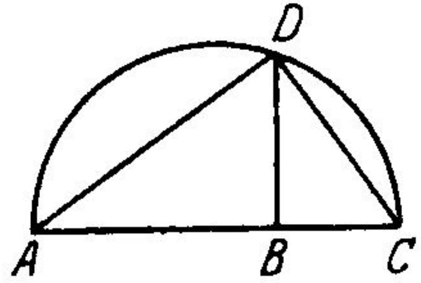


Fig. 56.

Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Wurzelziehen historisch (2)

Historische Sicht geometrisch (2):
„Ein einer gegebenen geradlinigen Figur gleiches Quadrat zu errichten.“

Euklid, Zweites Buch, § 14

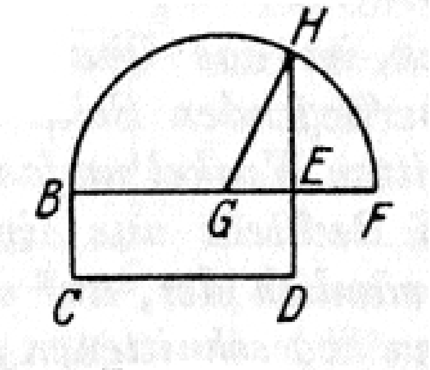
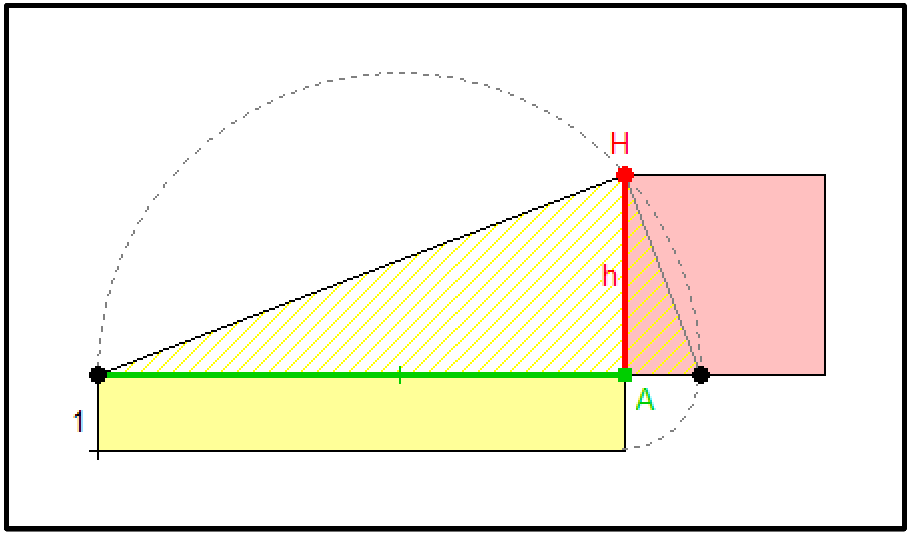


Fig. 61.

Höhensatz-Figur!

Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

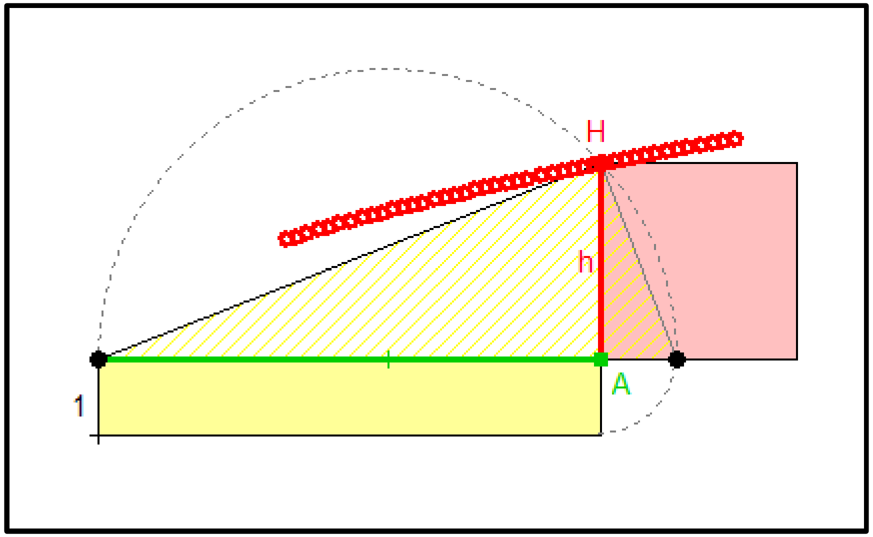
Höhensatz-Figur dynamisch



Geometrischer Zugang zur Wurzel, ohne Rechnen.

Hans-Jürgen Elschenbroich elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Funktionale Fragestellung



Auf welcher Linie bewegt sich H, wenn A variiert wird?

Dynamik liefert geometrischen Weg zur Wurzel*funktion*!

Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Fazit

Rückbesinnung auf den klassischen geometrischen Ansatz gibt Visualisierung, Verständnis und Einsicht in die Zusammenhänge.

Verbindung von Funktionen/ Algebra mit Geometrie.

Durch die Dynamik geeigneter Software kommen automatisch moderne funktionale Fragestellungen mit ins Spiel.

Hans-Jürgen Elschenbroich
elschenbroich@medienberatung.nrw.de

Literatur

Elschenbroich, H.-J. (2002): Geometrisches Wurzelziehen mit dem Heron-Verfahren. In: MNU 55/5

Elschenbroich/ Seebach (2003): Dynamisch Geometrie entdecken. Elektronische Arbeitsblätter mit Euklid-DynaGeo, Klasse 9, CoTec

Euklid: Die Elemente. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. Verlag Harri Deutsch

Lambacher-Schweizer 9 (2000). Klett Verlag

Kontakt

Hans-Jürgen Elschenbroich
Medienberatung NRW

Medienzentrum Rheinland
Bertha-von-Suttner-Platz 3
40227 Düsseldorf

☎ *0211 89 98122*
elschenbroich@medienberatung.nrw.de